DEFINICJA PĘDU

Pęd ciała – wektor o wartości równej iloczynowi masy ciała i jej prędkości oraz kierunku i zwrocie zgodnym z wektorem prędkości

$$\vec{p} = m \cdot \vec{V}$$

Jednostką pędu jest $[\frac{kg \cdot m}{s}]$.

Z drugiej zasady dynamiki Newtona:

$$\vec{a} = \frac{\sum_i \vec{F}_i}{m}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt}$$

$$m \cdot \vec{a} = m \cdot \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d\left(m \cdot \vec{V}\right)}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_i \vec{F}_i$$

ZASADA ZACHOWANIA PĘDU

$$\sum_i \vec{F}_i = 0$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = 0$$

$$\vec{p} = const$$

$$\overrightarrow{p_P} = \overrightarrow{p_K}$$

Jeśli na ciało nie działa żadna siła, lub siły działające na nie równoważą się, to jego pęd nie zmienia się w czasie (jest zachowany)!

Pęd układu n punktów o masach m_i i prędkościach $\overrightarrow{V_i}$:

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} m_i \cdot \overrightarrow{V_i}$$

ZDERZENIA

Ze względu na krótki czas trwania na ogół trudno zmierzyć siły działające podczas zderzenia!

Wynik zderzenia przewidujemy na podstawie:

1. zasady zachowania pędu
2. zasady zachowania energii całkowitej

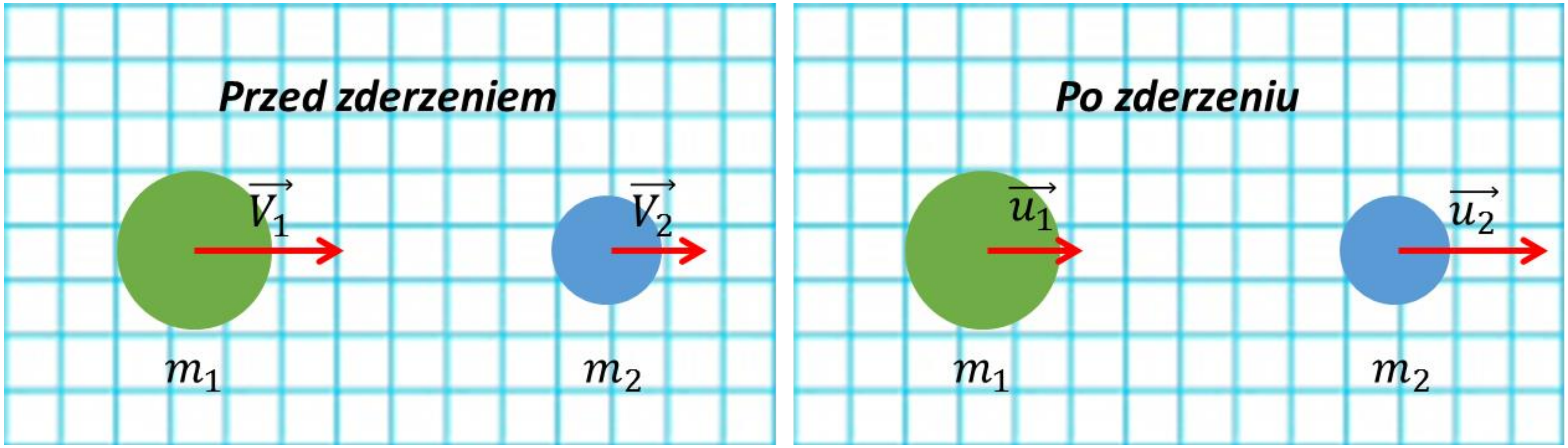
zderzenia sprężyste – zachowany pęd układu i całkowita energia kinetyczna

zderzenia niesprężyste – zachowany pęd układu, ciała tracą część swojej energii kinetycznej (całkowita energia kinetyczna nie jest zachowana)

zderzenia idealnie niesprężyste – dwa ciała po zderzeniu łączą się

zderzenia centralne – przed zderzeniem ciała (kule) poruszają się wzdłuż linii łączącej ich środki mas

Centralne zderzenie sprężyste dwóch kul o masach m_1 i m_2:



Z zasady zachowania pędu dla układu kul:

$$m_1 \cdot V_1 + m_2 \cdot V_2 = m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2$$

Zderzenie jest sprężyste, więc energia kinetyczna jest zachowana:

$$\frac{m_1 \cdot {V_1}^2}{2} + \frac{m_2 \cdot {V_2}^2}{2} = \frac{m_1 \cdot {u_1}^2}{2} + \frac{m_2 \cdot {u_2}^2}{2}$$

Z zasady zachowania pędu dla układu kul:

$$u_2 = \frac{m_1}{m_2} \cdot V_1 + V_2 - \frac{m_1}{m_2} \cdot u_1$$

Po wstawieniu u_2 do II równania i przekształceniach:

$$u_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) \cdot V_1 + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right) V_2$$

$$u_2 = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) \cdot V_1 + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) V_2$$

Szczególne przypadki:

$$m_1 = m_2$$

$u_1 = V_2$ oraz $u_2 = V_1$

Ciała wymieniają się prędkościami i zarazem pędami!

Szczególne przypadki – ciąg dalszy:

$$m_1 \ll m_2 \quad \text{oraz} \quad V_2 = 0$$

(na przykład piłka uderza w nieruchomą ścianę)

$$u_1 = -V_1 \quad \text{oraz} \quad u_2 = 0$$

Piłka odbija się sprężyście od ściany, jej prędkość zmienia znak na przeciwny (wektor zmienia zwrot)!
Ściana pozostaje nieruchoma!

$$m_1 \gg m_2 \quad \text{oraz} \quad V_2 = 0$$

(ciężka cząstka uderza w nieruchomą cząstkę lekką)

$$u_1 = V_1 \quad \text{oraz} \quad u_2 = 2V_1$$

Prędkość (pęd) cząstki ciężkiej nie ulega zmianie!
Cząstka lekka uzyskuje prędkość dwukrotnie większą od ciężkiej!

Przykład 1:

Obiekt o masie m poruszający się z prędkością V uderza w inny spoczywający obiekt o masie dwukrotnie większej. Obliczyć prędkość obiektów tuż po zderzeniu, zakładając, że zderzenie jest idealnie niesprężyste.

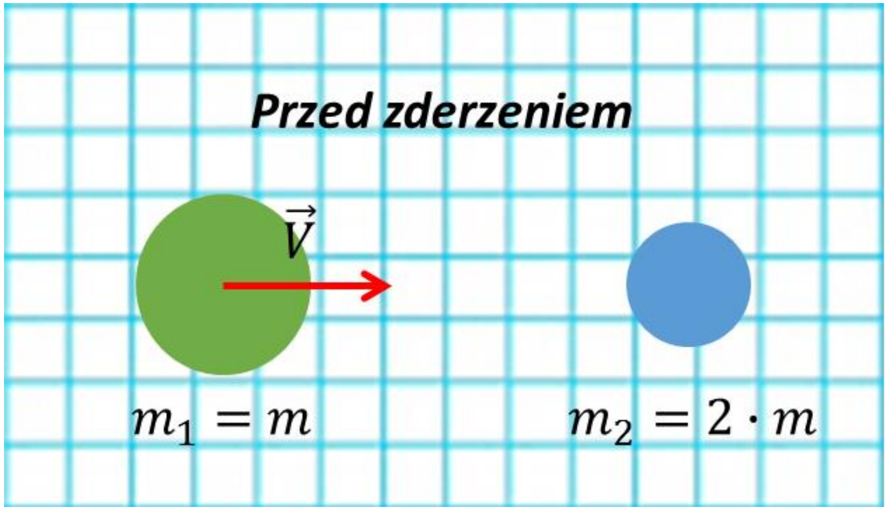
Dane:

$m_1 = m$

$m_2 = 2 \cdot m$

$V_1 = V$

$V_2 = 0$

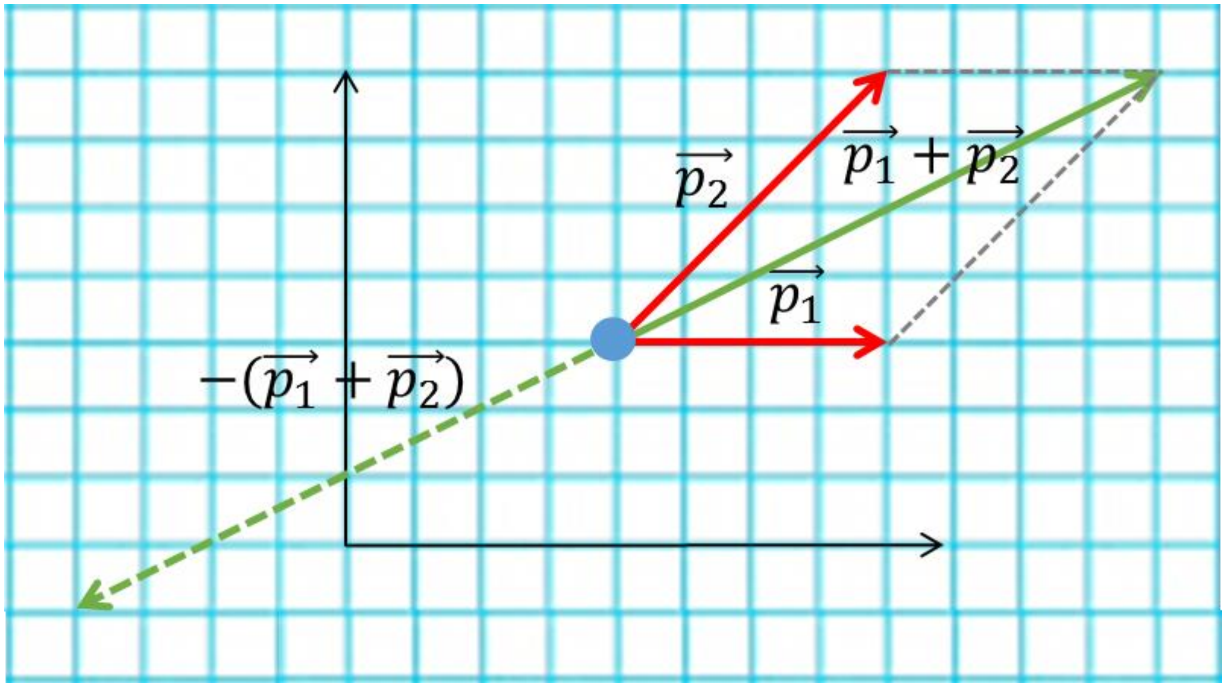


$$m \cdot V = 3 \cdot m \cdot u$$

$$u = \frac{V}{3}$$

Przykład 2:

Wybuch granatu spowodował rozerwanie go na trzy części o masach odpowiednio m_1=60 g, m_2=100 g i m_3=120 g. Prędkości dwóch pierwszych odłamków wynoszą V_1=240 m/s i V_2=190 m/s, a kąt pomiędzy ich torami wynosi 45°. Jaka jest prędkość i tor lotu trzeciego odłamka?



$$\overrightarrow{p_3} = -(\overrightarrow{p_1} + \overrightarrow{p_2})$$

$$\overrightarrow{p_3} = -(\overrightarrow{p_1} + \overrightarrow{p_2})$$

$$\overrightarrow{p_1} = [p_1; 0], \quad \overrightarrow{p_2} = [p_2 \cdot cos45°;\ p_2 \cdot sin45°]$$

$$\overrightarrow{p_3} = [-(p_1 + p_2 \cdot cos45°); -p_2 \cdot sin45°]$$

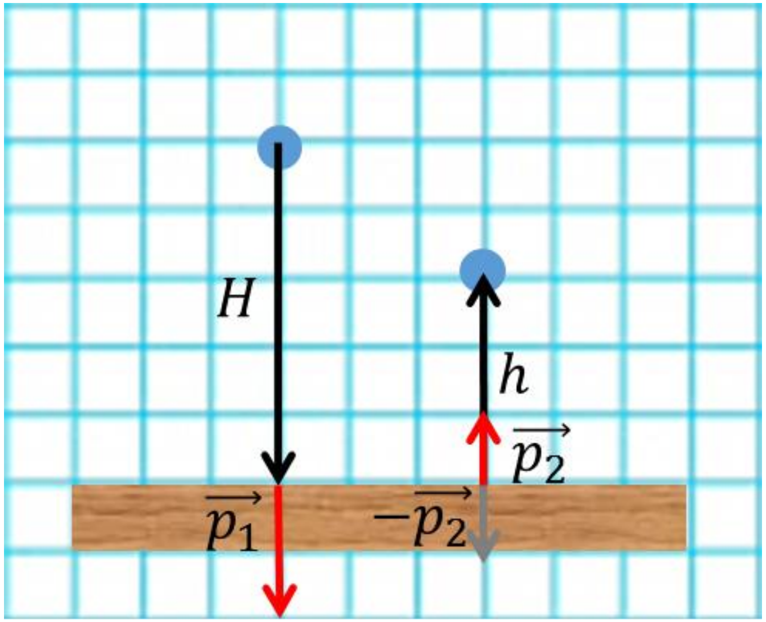
$$\overrightarrow{p_3} = [-(m_1V_1 + m_2V_2 \cdot cos45°); -m_2V_2 \cdot sin45°]$$

$$\overrightarrow{p_3} = \left[-\left(60 \cdot 10^{-3} \cdot 240 + 100 \cdot 10^{-3} \cdot 190 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right); -100 \cdot 10^{-3} \cdot 190 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$$

$$\overrightarrow{p_3} = [-27{,}8; -13{,}4]$$

Przykład 3:

Kula stalowa o masie *m*=5 kg spada z wysokości *H*=51 cm na gładką powierzchnię poziomą i po odbiciu wznosi się ponownie na wysokość *h*=39,3 cm. Jaki pęd oddaje kula płaszczyźnie w czasie uderzenia?



Z zasady zachowania pędu:

$$\overrightarrow{p_1} = \overrightarrow{p_2} + \overrightarrow{p_p}$$
$$\overrightarrow{p_p} = \overrightarrow{p_1} - \overrightarrow{p_2} = \overrightarrow{p_1} + (-\overrightarrow{p_2})$$
$$p_p = p_1 + p_2$$

Z zasady zachowania energii mechanicznej:

$$mgH = \frac{m{V_1}^2}{2}$$
$$\frac{m{V_2}^2}{2} = mgh$$

ZASADA ZACHOWANIA PĘDU, ZDERZENIA

$V_1 = \sqrt{2gH}$

$V_2 = \sqrt{2gh}$

$p_1 = m\sqrt{2gH}$

$p_2 = m\sqrt{2gh}$

$$p_p = p_1 + p_2$$

$$p_p = m\sqrt{2gH} + m\sqrt{2gh} = m(\sqrt{2gH} + \sqrt{2gh})$$

$$p_p = 5 \cdot \left(\sqrt{2 \cdot 10 \cdot 51 \cdot 10^{-2}} + \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 39{,}3 \cdot 10^{-2}}\right) \approx 30\ \frac{kg \cdot m}{s}$$

DLACZEGO NAUCZYCIEL FIZYKI NIE POWINIEN ZAJMOWAĆ SIĘ DZIEĆMI NA PLACU ZABAW?